

MATEMATYKA II

1. Rozwiązać równanie kwadratowe $x^2 + (-6 + 6j)x - 9 + 22j = 0$.

5

2. Dane są macierze $\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 2 & 5 \\ 1 & 3 \end{bmatrix}$ i $\mathbf{B} = \begin{bmatrix} 3 & 4 \\ 2 & 3 \end{bmatrix}$. Z równania $2\mathbf{A}\mathbf{X}^{-1}\mathbf{B}^{-1} = \mathbf{A}\mathbf{B}^{-1}$ wyznaczyć macierz \mathbf{X} .

5

3. Rozwiązać układ równań
$$\begin{cases} x_1 + 2x_2 & - x_4 = 3, \\ 2x_1 & + x_3 = 1, \\ x_1 + x_2 & + 2x_4 = -2. \end{cases}$$

5

4. Za pomocą wzorów Cramera wyznaczyć x_2 z układu równań
$$\begin{cases} x_1 - x_2 + x_3 + x_4 = 0, \\ x_1 + x_2 - x_3 + x_4 = 1, \\ x_1 + x_2 + x_3 - x_4 = 2, \\ x_1 + x_2 & + x_4 = 3. \end{cases}$$

5

5. Wyznaczyć prostą $y = ax + b$, która (w sensie metody najmniejszych kwadratów) najlepiej pasuje do punktów: $(1, 2)$, $(2, 4)$, $(3, 7)$, $(4, 8)$, $(5, 10)$.

5

6. Wyznaczyć punkt przecięcia się prostych $\frac{x-1}{4} = \frac{y-2}{5} = \frac{z-3}{6}$ i $x-4 = \frac{y-5}{2} = \frac{z-6}{3}$. Następnie napisać równanie płaszczyzny zawierającej obie proste.

5

7. Zbadać ekstremum funkcji $z = f(x, y) = x^4 + y^4 - 2x^2 - 4xy - 2y^2$.

5

8. Obliczyć objętość bryły ograniczonej przez paraboloidę $z = 6 - x^2 - y^2$ i stożek $z = \sqrt{x^2 + y^2}$.

5

9. Znaleźć całkę szczególną równania $\frac{dy}{dx} + e^x y = e^{2x}$, $y(0) = 1/e$.

5

10. Wyznaczyć rozwiązanie ogólne równania $y'' + 4y' + 3y = 30e^{2x}$.

5