

Wszędzie przedstawić niezbędne obliczenia

1. Rozwiązać równanie macierzowe $\mathbf{X} \begin{bmatrix} -1 & 1 & 2 \\ 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & -1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 4 & 8 \\ -4 & 8 & 4 \end{bmatrix}$.

3

2. Obliczyć wyznacznik macierzy $\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 2 & 1 & 1 & 1 \\ 3 & 3 & 1 & 1 \\ 4 & 4 & 4 & 1 \\ 5 & 5 & 5 & 5 \end{bmatrix}$.

3

3. Obliczyć objętość czworościanu, którego wierzchołkami są punktu $A(1, 0, 0)$, $B(1, 2, 3)$, $C(2, 3, 4)$ i $D(2, 2, 5)$.

3

4. Dane jest równanie $x^2 - (7 + 6j)x + 7 + 23j = 0$. Wyznaczyć: (a) Δ , (b) $|\Delta|$, (c) $\sqrt{\Delta}$ i (d) pierwiastki równania.

3

5. Wyznaczyć rzut ortogonalny punktu $A(2, 1, -3)$ na prostą $\frac{x-2}{2} = \frac{y-8}{5} = \frac{z-2}{4}$.

6

6. Obliczyć odległość pomiędzy prostymi $\frac{x-1}{2} = \frac{y+2}{3} = \frac{z-3}{4}$ i $\frac{x+1}{3} = \frac{y-2}{4} = \frac{z}{2}$.

6

7. Dane są macierze $\mathbf{A} = \begin{bmatrix} -1 & 1 & 0 \\ -1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}$ i $\mathbf{b} = \begin{bmatrix} -1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix}$. Wyznaczyć najlepsze rozwiązanie sprzecznego układu równań $\mathbf{Ax} = \mathbf{b}$.

6

8. Wyznaczyć rozwiązanie równania różniczkowego $y'' - 8y' + 15y = 4e^{3x}$ spełniające warunki początkowe $y(0) = 2$ i $y'(0) = 2$.

6

9. Za pomocą transformaty Laplace'a z równania $y' - y = 10x + 5$ wyznaczyć rozwiązanie $y = y(x)$ takie, że $y(0) = 5$.

6

10. Zbadać ekstremum funkcji $f(x, y) = 2x^3 + 3x^2 + 2y^3 - 3y^2$.

6

11. Obliczyć całkę podwójną $\iint_D (\sin x + \cos y) dx dy$, gdy $D = \{(x, y); 0 \leq x \leq \pi, \pi \leq y \leq 2\pi\}$.

6

12. Za pomocą całki podwójnej obliczyć objętość bryły ograniczonej przez paraboloidę $z = x^2 + y^2$, płaszczyznę $z = -1$ oraz walce $x^2 + y^2 = 2x$ i $x^2 + y^2 = 4x$.

6