Nazwisko i imię (DRUKOWANYMI LITERAMI)	Nr albumu	INFORMATYKA PWSZ, Elbląg 20.02.2017

1. (1) Wyznaczyć rozwiązania z_1 i z_2 równania $z^2 - (12 + 14j)z - (13 - 86j) = 0$. (2) Liczbę $z_1 - z_2$ zapisać w postaci trygonometrycznej. (3) Wyznaczyć wszystkie cztery rozwiązania równania $z^4 = z_1^4$. (4) Obliczyć $z_1 + z_2$, $z_1 z_2$ oraz $z_1^2 + z_2^2$. 10

2. (1) Rozwiązać równanie macierzowe $\mathbf{A}\left[\begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}\right]\begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 2 & 1 \\ 1 & -1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 0 & -1 \end{bmatrix}$. (2) Wyznaczyć wielomian charakterystyczny, wartości własne i wektory własne macierzy $\mathbf{A}$. (3) Wyznaczyć macierz diagonalną Λ i macierz $\mathbf{P}$, taką że $\mathbf{A} = \mathbf{P}\mathbf{\Lambda}\mathbf{P}^{-1}$. (4) Korzystając z równości $\mathbf{A} = \mathbf{P}\mathbf{\Lambda}\mathbf{P}^{-1}$, wyznaczyć $\mathbf{A}^n$. (5) Korzystając z (4), wyznaczyć $\mathbf{A}^{2017}$. 10

3. Punkty A i B są odpowiednio rzutami ortogonalnymi punktu $C(1,4,3)$ na proste $\frac{x-1}{2} = \frac{y+1}{1} = \frac{z}{3}$ i $\frac{x-1}{1} = \frac{y}{0} = \frac{z+1}{1}$. (1) Wyznaczyć punkty A i B. (2) Wyznaczyć pole trójkąta ABC. (3) Wyznaczyć objętość czworościanu o wierzchołkach w punktach A, B, C i D, gdzie D jest punktem $(0,0,0)$. $\boxed{10}$

4. Dane są macierze $\mathbf{A} = [\,\mathbf{a}_1, \mathbf{a}_2, \mathbf{a}_3\,] = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 1 & -1 & 6 \\ 1 & 5 & 0 \end{bmatrix}$ i $\mathbf{b} = \begin{bmatrix} 12 \\ -3 \\ 3 \end{bmatrix}$. (1) Wyznaczyć najlepsze rozwiązanie $\mathbf{x}_0$ sprzecznego układu równań $\mathbf{A}\mathbf{x} = \mathbf{b}$. (2) Obliczyć wektory $\mathbf{A}\mathbf{x}_0$ i $\mathbf{b} - \mathbf{A}\mathbf{x}_0$. (3) Obliczyć iloczyn skalarny wektorów $\mathbf{b} - \mathbf{A}\mathbf{x}_0$ i $20\mathbf{a}_1 + 17\mathbf{a}_2$. (4) Obliczyć kosinus kąta pomiędzy wektorami $\mathbf{b}$ i $\mathbf{A}\mathbf{x}_0$. $\boxed{10}$