Nazwisko i imię (DRUKOWANYMI LITERAMI)	Nr albumu	INFORMATYKA PWSZ, Elbląg 6.02.2017

1. Przedstawić pełne rozwiązanie równania $x^2 + (1 - 12j)x - 37 - 3j = 0$. 5

2. Rozwiązać równanie macierzowe $(\mathbf{A} - \mathbf{I})(\mathbf{X} + \mathbf{I})\mathbf{B}^T = 6\mathbf{B}$, gdzie $\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 3 & 2 \\ 5 & 3 \end{bmatrix}$ i $\mathbf{B} = \begin{bmatrix} 3 & 2 \\ 7 & 5 \end{bmatrix}$ 5

3. Dane są wektory $\mathbf{x}$ i $\mathbf{y}$, gdzie $\|\mathbf{x}\| = 3$, $\|\mathbf{y}\| = 4$ i $\measuredangle(\mathbf{x}, \mathbf{y}) = \frac{\pi}{3}$. Wyznaczyć: (1) $\mathbf{xy}$, (2) $\|\mathbf{x} + \mathbf{y}\|$, (3) $\|\mathbf{x} + 3\mathbf{y}\|$ oraz (4) $\cos(\measuredangle(\mathbf{x} + \mathbf{y}, \mathbf{x} + 3\mathbf{y}))$. 5

4. Wyznaczyć prostą $y = ax + b$, która w sensie metody najmniejszych kwadratów najlepiej pasuje do punktów $(1, 40)$, $(3, 36)$, $(7, 23)$, $(8, 21)$ i $(10, 13)$. Napisać równanie tej prostej. 5

5. Napisać wzór na odległość punktu od prostej. Następnie obliczyć odległość punktu $P_1(1, 2, 4)$ od prostej ℓ, wzdłuż której przecinają się płaszczyzny $x + y - 2z = 1$ i $x + 3y - z = 4$. 5

6. Dana jest macierz $\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 5 & 3 \\ 3 & 5 \end{bmatrix}$. Wyznaczyć: (1) wielomian charakterystyczny, (2) wartości własne i (3) wektory własne macierzy $\mathbf{A}$, (4) macierz diagonalną Λ i macierz $\mathbf{P}$, taką że $\mathbf{A} = \mathbf{P}\mathbf{\Lambda}\mathbf{P}^{-1}$. (5) Następnie wyznaczyć $\mathbf{A}^n$ dla $n \in \mathbb{N}$. (6) Korzystając z (5) (i tylko z (5)), wyznaczyć $\mathbf{A}^5$. 8

4. Dane jest przekształcenie liniowe $T\colon \mathbb{R}^4 \to \mathbb{R}^3$, gdzie $T(x, y, z, t) = (4x + 17y + 3z + 10t, 2x + 13y + 3z + 8t, x + 5y + z + 3t)$. (1) Wyznaczyć jądro $\operatorname{Ker} T$ przekształcenia T i bazę jądra. (2) Zbadać przynależność wektora $(-4, 1, -7, 2)$ do $\operatorname{Ker} T$. (3) Wyznaczyć obraz $\operatorname{Im} T$ przekształcenia T i bazę obrazu. (4) Zbadać przynależność wektora $(1, -1, 0)$ do $\operatorname{Im} T$. (5) Czy T jest monomorfizmem? Czy T jest epimorfizmem? Uzasadnić swoje odpowiedzi. 7