

1. Pokaż, że jeśli $z = \cos \frac{2}{7}\pi + j \sin \frac{2}{7}\pi$, to $1 + z + z^2 + \dots + z^6 = 0$.
2. Zaznaczyć w płaszczyźnie zespolonej \mathcal{C} zbiór liczb z , dla których $|z - 2j| > 3$ i $\arg(z + 3) = \frac{\pi}{6}$.
3. Znaleźć bazę ortonormalną przestrzeni $L \subseteq E^5(\mathbb{R})$, gdzie $L = \{(x, y, z, v, u) \in \mathbb{R}^5 : 2x - y - z + 3v = 0, z - 5v = 0\}$.
4. Macierzą przekształcenia liniowego $T : \mathbb{R}^4 \rightarrow \mathbb{R}^4$ przestrzeni \mathbb{R}^4 z bazą $B = (\mathbf{e}_1, \mathbf{e}_2, \mathbf{e}_3, \mathbf{e}_4)$ jest

$$M_B^B(T) = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 0 & 1 \\ 3 & 0 & -1 & 2 \\ 2 & 5 & 3 & 1 \\ 1 & 2 & 1 & 3 \end{bmatrix}.$$

Znaleźć macierze $M_C^C(T)$, gdy $C = (\mathbf{e}_1, \mathbf{e}_1 + \mathbf{e}_2, \mathbf{e}_1 + \mathbf{e}_2 + \mathbf{e}_3, \mathbf{e}_1 + \mathbf{e}_2 + \mathbf{e}_3 + \mathbf{e}_4)$.

5. Rozwiązać następujący układ równań

$$\begin{cases} x_1 - 2x_2 + x_3 + x_4 - x_5 = 0, \\ 2x_1 + x_2 - x_3 - x_4 + x_5 = 0, \\ x_1 + 7x_2 - 5x_3 - 5x_4 + 5x_5 = 0, \\ 3x_1 - x_2 - 2x_3 + x_4 - x_5 = 0. \end{cases}$$
6. Znaleźć wartości własne, odpowiadające im wektory własne i diagonalną reprezentację macierzową przekształcenia liniowego $T : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$, gdy $T(x_1, x_2, x_3) = (x_1, -5x_1 + 3x_2 - 5x_3, -3x_1 - 2x_2)$. A2W.tex