

Obliczalność i Złożoność

semestr zimowy 2023/24

Zestaw zadań 8

1. Niech $G = (\{S, A, B, C\}, \{a, b\}, P, S)$ będzie gramatyką, gdzie

$$P = \{ S \rightarrow AB \mid BC, A \rightarrow BA \mid a, B \rightarrow CC \mid b, C \rightarrow AB \mid a \}.$$

Proszę sprawdzić z algorytmem CYK, czy następujące słowa w należą do $L(G)$.

- (i) $w = baaba$.
- (ii) $w = aba$.
- (iii) $w = aab$.

2. Niech $L, K, M \subseteq \Sigma^*$. Proszę pokazać, że

- (i) jeżeli $L \leq_p K$ oraz $K \leq_p M$, to $L \leq_p M$.
- (ii) jeżeli $L \leq_p K$ oraz $K \in \text{NP}$, to $L \in \text{NP}$.
- (iii) jeżeli L jest NP-zupełny oraz $L \in P$, to $P = \text{NP}$.

3. Niech k będzie liczbą naturalną. Niech A_k będzie formułą boolowską w koniunkcyjnej postaci normalnej, której klauzule mają dokładnie k literałów. Problem $k\text{-SAT} := \{ A_k \mid A_k \text{ jest spełnialna} \}$. Proszę pokazać, że

- (i) $3\text{-SAT} \in \text{NP}$.
- (ii) $2\text{-SAT} \in P$.

4. Niech H będzie problemem stop, czyli $H = \{ (x, y) \mid \Phi_x(y) \downarrow \}$. Proszę pokazać, że H jest NP-trudny. Czy H należy do klasy NP?