

Obliczalność i Złożoność

semestr zimowy 2023/24

Zestaw zadań 6

1. Proszę sprawdzić, w jakich klasach (RL,CF,CS) leżą następujące języki.

- (i) $L = \{ w\rho(w) \mid w \in \{a,b\}^* \}$.
- (ii) $L = \{ (aba)^n \mid n \geq 1 \}$.
- (iii) $L = \{ a^n b^m a^n b^m \mid n, m \geq 1 \}$.
- (iv) $L = \{ a^m b^n \mid n, m \geq 1, m \neq n \}$.

2. Gramatyka $G = (N, \Sigma, P, S)$ jest gramatyką liniową, jeżeli wszystkie reguły w P mają formę

$$A \rightarrow aB \mid Ba \mid a \mid \lambda,$$

dla $A, B \in N$ i $a \in \Sigma$.

Niech $LIN := \{L(G) \mid G \text{ gramatyka liniowa}\}$. Proszę pokazać, że $RL \subset LIN$.

3. (i) Niech $P(G)$ wtw. $L(G) \neq \emptyset$. Proszę pokazać, że $P(G)$ jest rozstrzygalny dla prawostronnie liniowej gramatyki G . Co stanie się z $P(G)$, jeżeli G będzie gramatyką bezkontekstową?
- (ii) Niech $P(G_1, G_2)$ wtw. $L(G_1) \subseteq L(G_2)$. Proszę pokazać, że $P(G_1, G_2)$ jest rozstrzygalny dla prawostronnie liniowych gramatyk G_1 i G_2 . Co stanie się z $P(G_1, G_2)$, jeżeli G_1 i G_2 będą gramatykami bezkontekstowymi?

4. Gramatyka bezkontekstowa $G = (N, \Sigma, P, S)$ jest zredukowana, jeżeli

- (i) $L(G, A) \neq \emptyset$ dla wszystkich $A \in N \setminus \{S\}$.
- (ii) dla wszystkich $A \in N$ istnieją $u, v \in (N \cup \Sigma)^*$, takie że $S \xrightarrow{*}_G uAv$.

Proszę pokazać, że dla każdej gramatyki bezkontekstowej G istnieje zredukowana gramatyka bezkontekstowa G' , taka że $L(G') = L(G)$.

5. (i) Proszę sprawdzić, czy $PCP(A, B)$ jest spełniony dla

- $A = 12, 12, 122, 121$; $B = 121, 212, 22, 211$
- $A = 11, 122, 2, 1$; $B = 111, 2, 11, 11$
- $A = 1, 1211, 112, 1$; $B = 12, 22, 121, 112$

(ii) Proszę pokazać, że dla $\Sigma = \{1\}$ problem PCP jest rozstrzygalny.

(iii) Niech $A = (u_1, \dots, u_n)$ i $B = (v_1, \dots, v_n)$ będą listami nad Σ^* . Problem $PCP-MOD(A, B)$ jest spełniony wtw. istnieją $i_1, \dots, i_l, k_1, \dots, k_m$, takie że $1 \leq i_j, k_j \leq n$ oraz $u_{i_1} \cdots u_{i_m} = v_{k_1} \cdots v_{k_l}$.

Proszę pokazać, że problem PCP-MOD jest rozstrzygalny.