

Obliczalność i Złożoność

semestr zimowy 2023/24

Zestaw zadań 5

- Niech $G = (\{S, T\}, \{a, b, c, d\}, P, S)$ będzie gramatyką. Jaki język generuje G dla
 - $P = \{ S \rightarrow aSbb \mid T, T \rightarrow cT \mid c \}$?
 - $P = \{ S \rightarrow aS \mid bS \mid T, T \rightarrow cT \mid c \mid S \}$?
 - $P = \{ S \rightarrow abScd \mid T, T \rightarrow dcTba \mid \lambda \}$?
 - $P = \{ S \rightarrow aT \mid bT, T \rightarrow aS \mid bS \mid \lambda \}$?
- Proszę znaleźć gramatykę G , taką że $L(G) = L$ dla
 - $L = \{ (aba)^n \mid n > 0 \}$.
 - $L = \{ a^n b^m a^n \mid n, m > 0 \}$.
 - $L = \{ a^k b^m \mid k \geq m \}$.
 - $L = \{ wc\rho(w) \mid w \in \{a, b\}^* \}$.
- Proszę pokazać, że każdy skończony język jest prawostronnie liniowy.
 - Niech L, L_1 i L_2 będą prawostronnie liniowe języki. Proszę pokazać, że języki $L_1 \cup L_2, L_1 L_2, L_1 \cap L_2$ oraz L^* są prawostronnie liniowe.
- Proszę pokazać, że następujące problemy nie są rozstrzygalne.
 - $P = \{ G \in \text{RE} \mid L(G) \text{ rozstrzygalny} \}$.
 - $P = \{ (G_1, G_2) \in \text{RE} \times \text{RE} \mid L(G_1) = L(G_2) \}$.
Wskazówka: $A = \{ x \mid \text{Def}(\Phi_x) = \emptyset \}$ nie jest rozstrzygalny.

System **Semi-Thue** S jest parą $S = (\Gamma, P)$, taką że Γ jest alfabetem i $P \subseteq \Gamma^* \times \Gamma^*$ jest zbiorem reguł. Piszemy $u \rightarrow v$ dla $(u, v) \in P$.

Dla $x, y \in \Gamma^*$ mówimy, że x wywodzi się w jednym kroku do y (piszemy $x \Rightarrow_S y$) wtw. istnieją $w_1, w_2 \in \Gamma^*$, $u \rightarrow v \in P$, takie że $x = w_1 u w_2 \wedge y = w_1 v w_2$.

Problem słowa **WP** dla S oznacza $\text{WP}(x, y)$ wtw. $x \xRightarrow{*}_S y$.

- Proszę pokazać, że WP nie jest rozstrzygalny, tzn. istnieją systemy Semi-Thue, takie że WP dla S nie jest rozstrzygalny.
 - Niech będzie $S = (\Gamma, P)$, taka że $|u| > |v|$ dla wszystkich $u \rightarrow v \in P$. Proszę pokazać, że WP dla S jest rozstrzygalny.
 - Niech będzie $S = (\{a, b\}, \{aba \rightarrow \lambda, \lambda \rightarrow aba\})$. Proszę pokazać, że
 - $ba \xRightarrow{*}_S ab, ab \xRightarrow{*}_S ba$ oraz $aab \xRightarrow{*}_S \lambda$.
 - WP dla S jest rozstrzygalny.Wskazówka: Jaka jest relacja między $x \xRightarrow{*}_S y$ a $|x|_a, |x|_b, |y|_a$ i $|y|_b$?