

## Obliczalność i Złożoność

semestr zimowy 2023/24

### Zestaw zadań 2

1. Niech dane będą  $\Sigma = \{1, 2\}$  oraz maszyna Turinga  $M = (\Sigma, \{q_0, q_1, q_2\}, q_0, \delta)$ , gdzie  $\delta$  jest podana przez

	$b$	$1$	$2$
$q_0$	$(r, q_1)$	$(r, q_1)$	$(r, q_1)$
$q_1$	$(1, q_2)$	$(b, q_0)$	$(2, q_2)$
$q_2$	$(s, q_2)$	$(1, q_2)$	$(s, q_2)$

- (i) Proszę prześledzić działanie maszyny  $M$  dla startujących konfiguracji  $q_0b1121b$  oraz  $q_0b111b$ .
- (ii) Jaką funkcję  $f : \Sigma^* \rightsquigarrow \Sigma^*$  obliczy  $M$ ?
2. (i) Proszę podać maszynę Turinga nad  $\Sigma = \{1, 2\}$ , która usuwa ostatnią literę drugiego słowa na taśmie.
- (ii) Proszę podać maszynę Turinga  $M$  nad  $\Sigma = \{1, 2\}$ , która przesuwając pierwsze słowo  $w \in \Sigma^*$  na prawo od głowicy o jedną pozycję na lewo, tzn.  $M$  idzie od konfiguracji  $q_0wbwu$  do konfiguracji  $q_ewbww$  dla  $u \in \Sigma^*$ .
3. (i) Proszę podać maszynę Turinga nad  $\Sigma = \{1, 2\}$ , która obliczy funkcję  $g : \Sigma^* \rightarrow \Sigma^*$ ,  $g(x) := 2 * x$ .
- (ii) Proszę podać maszynę Turinga nad  $\Sigma = \{1, 2\}$ , która obliczy funkcję  $f : \Sigma^* \rightarrow \Sigma^*$ ,  $f(x) := x + 1$ .
4. Maszyna Turinga  $M$  nad  $\Sigma$  decyduje zbiór  $A \subseteq \Sigma^*$ , jeżeli  $M$  obliczy funkcję  $\chi_A : \Sigma^* \rightarrow \Sigma^*$

$$\chi_A(x) := \begin{cases} 1; & x \in A \\ 0; & x \notin A \end{cases}$$

Niech dane będą  $\Sigma = \{1, 2\}$  oraz  $A = \{1^n 2^n \mid n \in \mathbb{N}\}$ .

- (i) Proszę podać maszynę Turinga nad  $\Sigma$ , która decyduje  $A$ .
- (ii) Proszę pokazać, że każda maszyna Turinga  $M$  nad  $\Sigma$ , która decyduje  $A$ , rusza się i na lewo i na prawo.

5. Maszyna Turinga  $M$  nad  $\Sigma$  akceptuje zbiór  $A \subseteq \Sigma^*$ , jeżeli  $M$  zatrzyma się z wejściem  $x \in \Sigma^*$  (tzn. startując z konfiguracją  $q_0 b x b$ ) wtw.  $x \in A$ .  
Proszę podać maszyny Turinga nad  $\Sigma = \{1, 2\}$ , które akceptują

(i)  $A = \{ 21^n \mid n \in \mathbb{N} \}$ .

(ii)  $A = \{ 1^n 21^n \mid n \in \mathbb{N} \}$ .