Obliczlaność i Złożoność

semestr zimowy 2023/24

Zestaw zadań 1

1. Dla słowa $w \in \Sigma^*$ i $k \in \mathbb{N}$ slowo w^k jest zdefiniowane przez

$$\begin{array}{lcl} w^0 & = & \lambda \\ w^{k+1} & = & ww^k \end{array}$$

   Które równości są przawdziwe dla dowolnych słów $u, v \in \Sigma^*$ i $k \in \mathbb{N}$?

   (i) $uv = vu$
   (ii) $\rho(uv) = \rho(v)\rho(u)$
   (ii) $\rho(\rho(u)) = u$
   (iii) $\rho(u)^k = \rho(u^k)$

2. Ilość liter $a \in \Sigma$ w słowie $w \in \Sigma^*$ jest zdefiniowane następująco.

$$\begin{array}{lcl} |\lambda|_a & := & 0 \\ |ub|_a & := & \begin{cases} 1 + |u|_a; & b = a \\ |u|_a; & b \neq a \end{cases} \end{array}$$

   Proszę pokazać, że $|uv|_a = |u|_a + |v|_a$.

3. Podane są języki K i L nad alfabetem $\Sigma = \{a, b\}$. Proszę znaleść $K \cup L$, KL, K^*, $K \backslash L$ oraz $K \cap L$ dla

   (i) $K = \{\lambda, a, aa, aaa\}$, $L = \{\lambda, b, bb, bbb\}$.
   (ii) $K = \{a, b\}$, $L = \{bb, bbbb\}$.
   (iii) $K = \{\ a^n b a^n \mid n \geq 0\ \}$, $L = \{\ a^n b^k a^n \mid k \geq 0, n \geq 1\ \}$.
   (iv) $K = \{\ b a^{2n} \mid n \geq 1\ \}$, $L = \{\ a b^{2n} \mid n \geq 0\ \}$.

4. Czy następujące równości są prawdziwe dla dowolnych języków L, K i M?

   (i) $(L^*)^* = L^*$
   (ii) $K(L \cup M) = KL \cup KM$
   (iii) $L(L \backslash K) = K$
   (iv) $(K \cup L)^* = K^* \cup L^*$
   (v) $(K \cup L)^* = (K^* L^*)^*$