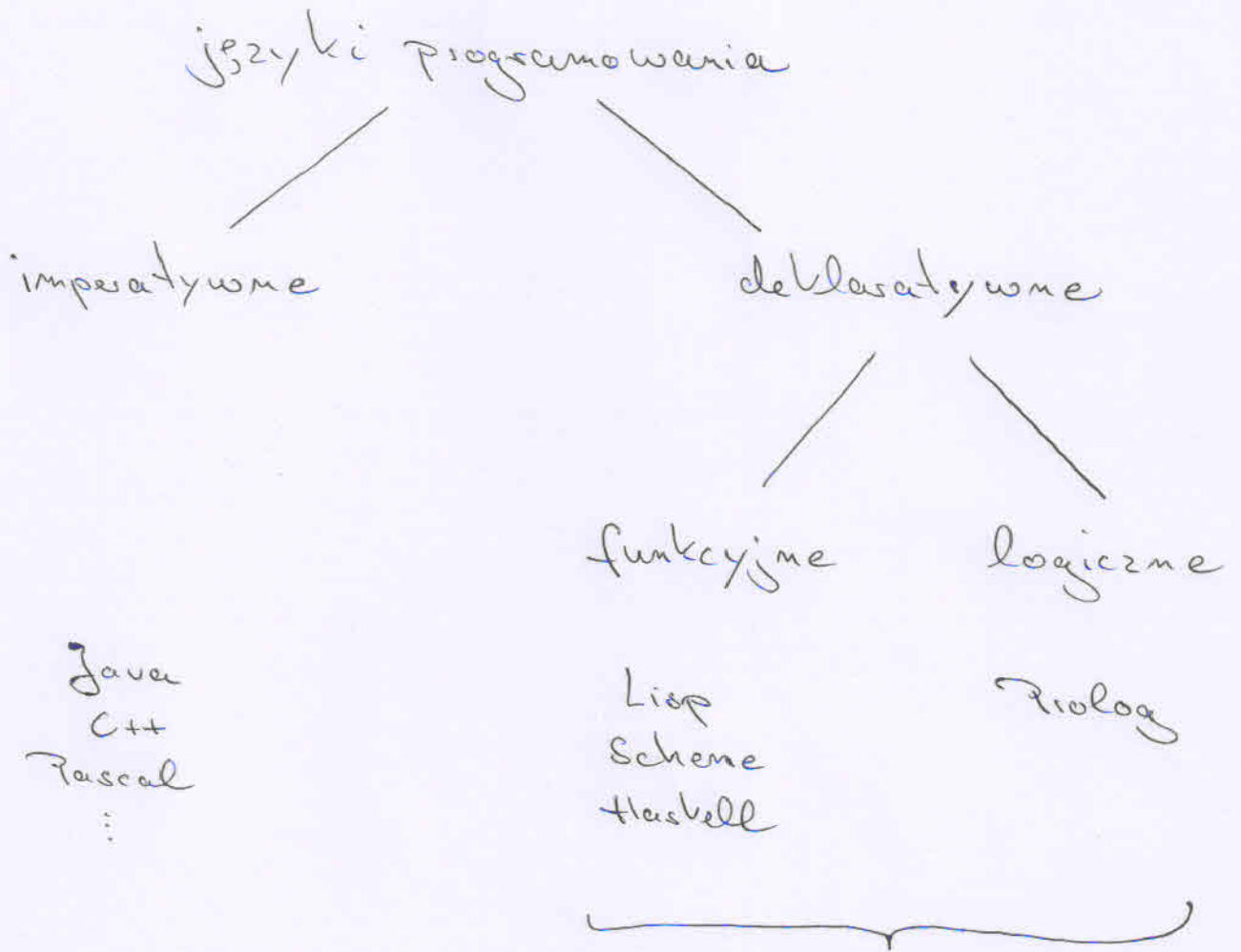


Programowanie deklaratywne



jak obliczymy?



instrukcje



Model von Neumann'a

co obliczymy?



właściwości



Modele?

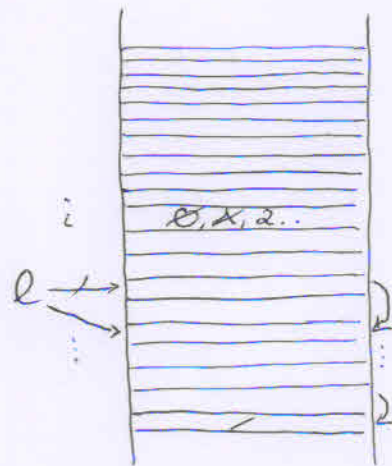
Przykład: Długość listy

2

(i) wersja imperatywna

"manipuluje wartości zmiennych w pamięci"

```
int length (lista l) {  
  int i := 0;  
  while l.next != NULL {  
    i := i + 1;  
    l := l.next; }  
  return i; }
```



(ii) wersja deklaratywna

"używają właściwości length"

- długość pustej listy, to 0.
- długość niepustej listy, to jeden plus długość ogona listy

uwaga: Właściwości te (które) w wersji imperatywnej pokazują poprawność.

wersja funkcyjna (Scheme):

```
(define (length l)  
  (if (= l '())  
      0  
      (+ 1 (length (cdr l)))))
```

(length '(1 2 3))

→ (if (= '(1 2 3) '())

0

(+ 1 (length (cdr '(1 2 3)))))

⇒ (+ 1 (length (cdr '(1 2 3))))

⇒ (+ 1 (length '(2 3)))

⇒ (+ 1 (+ 1 (length '(3))))

⇒ (+ 1 (+ 1 (+ 1 (length '()))))

⇒ (+ 1 (+ 1 (+ 1 0)))

⇒ 3

własja logiczna (Prolog):

- predykat $\text{length}(L, N)$, który jest spełniony, jeżeli N jest długością listy L .

$\text{length}([], 0)$.

$\text{length}([X|L], N) :- \text{length}(L, M), N = M + 1$

$\text{length}([1, 3], N)$

| $X = 1, L = [3]$

$\text{length}([3], M), N = M + 1$

| $X = 3, L = []$

$\text{length}([], R), M = R + 1, N = M + 1$

| $R = 0$

$M = 0 + 1, N = M + 1$

| $M = 1$

$N = 1 + 1$

$\leadsto N = 2$

Programowanie funkcyjne

(prawie) wszystkie obiekty są funkcjami

- L> nie ma instrukcji
- nie ma przepisania
- nie ma typów (w Scheme)

jak programować?

- L> definicja funkcji
- +
- zastosowanie funkcji

• Podstawa: λ -rachunek

wyrażenia T

abstrakcja: $\lambda x. T$

aplikacja: $T x$

" $f(x) = T$ "

" $f(x)$ "

Przykład:

$$T = x + 5$$

$$\lambda x. T = \lambda x. (x + 5)$$

$$(\lambda x. T) 3 = (\lambda x. (x + 5)) 3$$

$$\Rightarrow 3 + 5$$

$$\Rightarrow 8$$

" $f(x) = x + 5$ "

" $f(3)$ "

każdy wyrażenie ma wartość (też funkcje) ^②
 uwaga: wartości (albo argumenty) mogą być funkcją

↳ nie ma różnicy między danymi i funkcjami

Przykład:

$$(1 f. f 3)$$

$$"g(f) = f(3)"$$

$$(1 f. f 3) (1 x. x + 5)$$

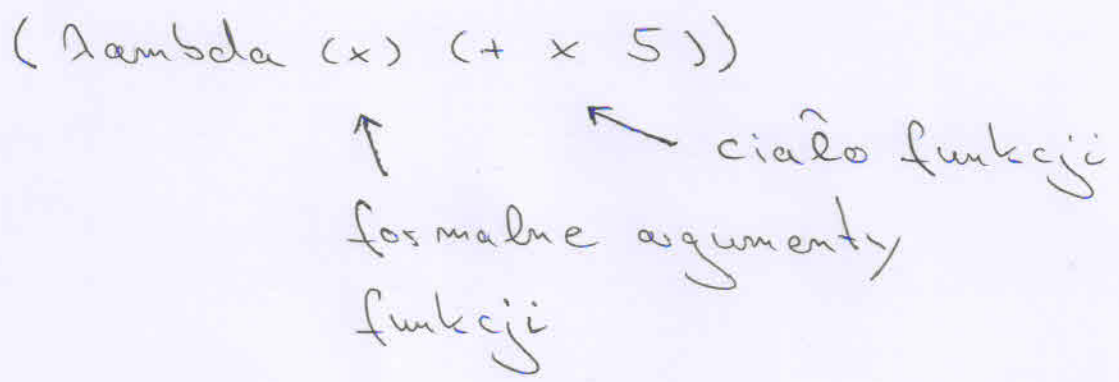
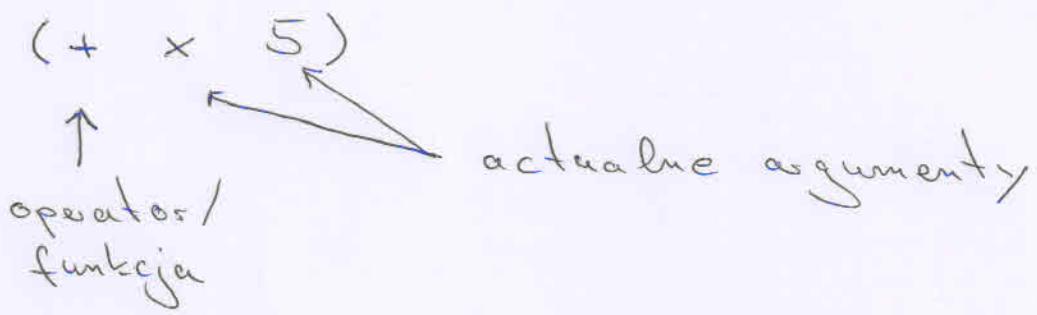
$$\Rightarrow (1 x. x + 5) 3$$

$$\Rightarrow 3 + 5$$

$$\Rightarrow 8$$

Scheme

"implementacja λ -rachunku" używając listy



((lambda (x) (+ x 5)) 3)

↳ funkcja anonimowa

(define (square n) (* n n))

≡ (define square (lambda (n) (* n n)))

czyli

(square 3)

≡ ((lambda (n) (* n n)) 3)

⇒ (* 3 3)

⇒ 9

Wybudowane w Scheme:

- liczby, arytmetyka
- predykaty (#t, #f, =, and, not, ...)
- warunek (if, cond)
- funkcje dla listy:

(cons 1 '(2 3)) ⇒ '(1 2 3)

(car '(1 2 3)) ⇒ 1

(cdr '(1 2 3)) ⇒ '(2 3)

stał nazwa Lisp — "List processing"
(a Scheme jest "dialektem" Lisp'a)

(4)

Literatura:

- Abelson, Sussman; Structure and Interpretation of Computer Programs
- Friedman, Fellisen; The Little Schemer
- Revised (5) Report on the Algorithmic Language Scheme

§1 Wprowadzenie do Scheme'a

Scheme ewaluje wyrażenia:

> 486

486

> (+ 137 349)

486

> (+ (* 3 5) (- 10 6))

19

> (+ x 3)

⚡ "x nie ma wartości"



Środowisko (environment) ewaluacji

> (define x 5)

x

> (+ x 3)

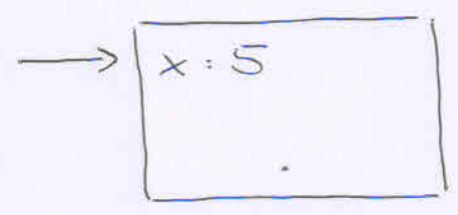
8

> (+ (* 5 x) 3)

28

> (+ x y)

⚡ "y nie ma wartości"



Ewaluacja wyrażeń

2

- i) Ewaluuj wszystkie podwyrażenia ("-" wszystkie elementy listy)
- ii) Stosuj wartość pierwszego podwyrażenia (która musi być funkcją) do wartości pozostałych podwyrażeń.

uwaga:

- wartość liczby, to ta liczba
- wartość operatorów - tzn. funkcji built-in - to kod, który system wykonuje
- wartość innych wyrażeń znajdują się w środowisku
- quote blokuje ewaluację

Przykład:

> (+ (* a 2) (* 3 b))

=> (+ (* 3 2) (* 3 b))

=> (+ 6 (* 3 b))

=> (+ 6 (* 3 4))

=> (+ 6 12)

=> 18

a: 3
b: 4

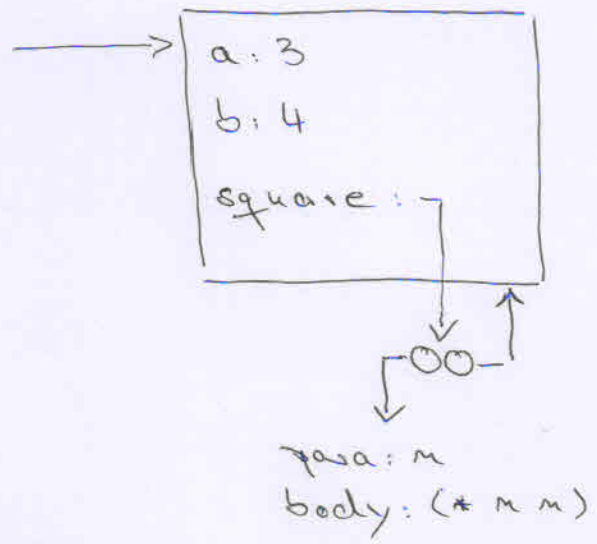
> '(+ (* a 2) (* 3 b))

(+ (* a 2) (* 3 b))

Funkcje

> (define (square n) (* n n))
square

> (square 5)
=> (square 4)
=> (* 4 4)
=> 16



> (square (square 3))
81

Ewaluacja funkcji

żeby zastosować funkcję, z podanymi argumen-
tami, ewaluuj ciało funkcji, w którym formalne
argumenty zostały zaktualizowane z aktual-
nymi (podanymi) argumentami.

↳ substitution model (dla aplikacji funkcji)

> (define (sum-of-squares x y)
 (+ (square x) (square y)))

sum-of-squares

> (define (f a)
 (sum-of-squares (+ a 1) (* b 2)))

> (f 5)

=> (sum-of-squares (+ 5 1) (* 6 2))

=> (sum-of-squares 6 (* 5 2))

=> (sum-of-squares 6 (* 4 2))

=> (sum-of-squares 6 8)

=> (+ (square 6) (square 8))

=> (+ (* 6 6) (square 8))

=> (+ 36 (square 8))

=> (+ 36 (* 8 8))

=> (+ 36 64)

=> 100

Predykaty i wasunki

> (< 2 0)

#f

> (= 2 (+ 1 1))

#t

> (and (= 1 1) (not (> 1 3)))

#t

(define (abs x)

(cond ((> x 0) x)

(if (< x 0)

(= x 0) 0)

(- x)

(#t (- x))))

x)

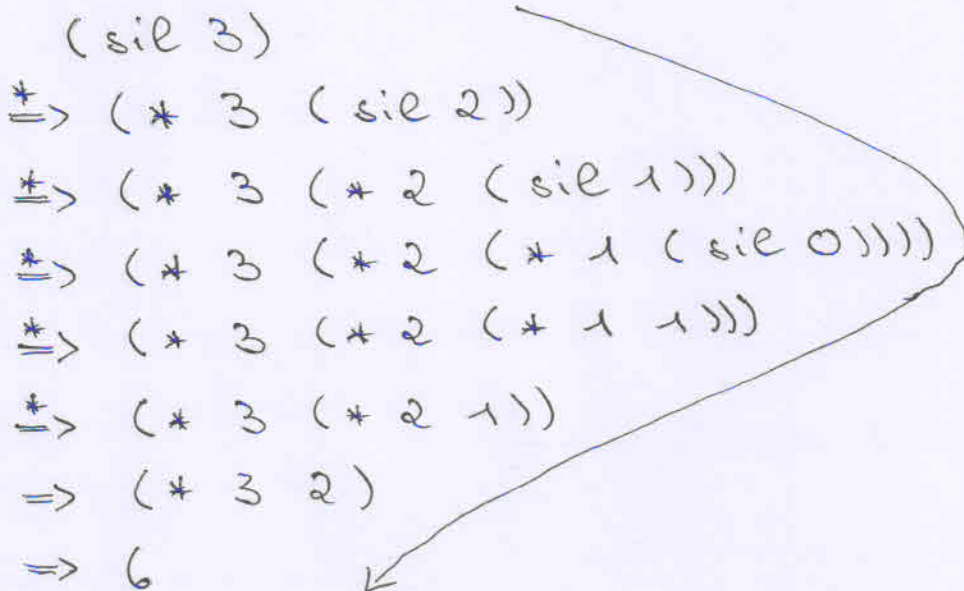
Uwaga:

Nie wszystkich podwyrażeń cond'a i if'a zostaje ewaluowane: najpierw tyko pierwszy warunek a jeżeli jego wartość jest #t należące wyrażenie (którego wartością jest wynik ewaluacji). Jeżeli wartość warunku jest #f, kolejny warunek zostaje ewaluowany...

↳ cond i if nie są funkcjami, ale "special forms"

Rekurencja

```
(define (sil n)
  (if (= n 0)
      1
      (* n (sil (- n 1)))))
```



↳ (linear) proces rekurencyjny


```
(define (sil-help prod licznik max)
  (if (> licznik max)
      prod
      (sil-help (* licznik prod) (+ licznik 1) max)))
```

```
(define (sil n)
  (sil-help 1 1 n))
```

(sil 3)

- > (sil-help 1 1 3)
- *-> (sil-help 1 2 3)
- *-> (sil-help 2 3 3)
- *-> (sil-help 6 4 3)
- *-> 6



L -> (linear) proces iteracyjny

Information hiding

```
(define (sil n)
  (define (sil-help prod licznik max)
    (if (> licznik max)
        prod
        (sil-help (* licznik prod) (+ licznik 1) max)))
  (sil-help 1 1 n))
```


Przykład: Pierwastki metoda Newtona

$$x_{i+1} := (x_i + \frac{x}{x_i}) / 2$$

```
(define (sqrt-iter guess x)
  (if (good-enough? guess x)
      guess
      (sqrt-iter (improve guess x) x)))
```

```
(define (sqrt x)
  (sqrt-iter 1 x))
```

```
(define (improve guess x)
  (average guess (/ x guess)))
```

```
(define (average x y)
  (/ (+ x y) 2))
```

```
(define (good-enough? guess x)
  (< (abs (- (square guess) x)) 0.001))
```

```
> (sqrt 9)
```

3.0001

```
> (sqrt (+ 100 37))
```

11.7047

(define (sqrt x)

 (define (good-enough? guess ~~x~~)

 (< (abs (- (square guess) x)) 0.001))

 (define (improve guess ~~x~~)

 (average guess (/ x guess)))

 (define (sqrt-iter guess ~~x~~)

 (if (good-enough? guess ~~x~~)

 guess

 (sqrt-iter (improve guess ~~x~~) ~~x~~)))

 (sqrt-iter 1 ~~x~~))

lexical scoping