

Matematyka Dyskretna

Ćwiczenia 7 (Teoria liczb cz. 1)

Zadanie 1. Oblicz:

- | | | |
|--------------------------------------|------------------------|--------------------------|
| a) $15 \cdot 36 \pmod{7}$ | d) $7000 \pmod{9}$ | g) $2^{39} \pmod{5}$ |
| b) $15^3 \cdot (37)^3 \pmod{7}$ | e) $1958 \pmod{17}$ | h) $7^{40} \pmod{10}$ |
| c) $(26^4 \cdot 18 + 2004) \pmod{6}$ | f) $10^{39} \pmod{11}$ | i) $7^{2^{20}} \pmod{7}$ |

Zadanie 2. Oblicz ostatnią cyfrę liczby 2^{100}

Zadanie 3. Wyznacz klasy abstrakcji relacji kongurencji dla $m = 6$

Zadanie 4. Przedstaw działania dodawania i mnożenia w pierścieniu $\mathbb{Z}_6$

Zadanie 5. W pierścieniu $\mathbb{Z}_8$ rozwiąż następujące równania:

- | | |
|------------------|------------------|
| a) $1 + x_1 = 0$ | c) $5 + x_3 = 0$ |
| b) $1 + x_2 = 2$ | d) $5 + x_4 = 2$ |

Zadanie 6. Przedstaw tabliczkę dodawania i mnożenia w pierścieniu $\mathbb{Z}_7$. Podaj elementy odwrotne do każdej liczby w tym pierścieniu.

Zadanie 7. Oblicz $\text{NWD}(a, b)$, gdzie:

- | | |
|------------------------|------------------------|
| a) $a = 68, b = 36$ | c) $a = 1547, b = 560$ |
| b) $a = 600, b = 1050$ | d) $a = 561, b = 29$ |

Zadanie 8. Rozwiąż poniższe równania:

- | | |
|---|---|
| a) $68x + 36y = \text{NWD}(68, 36)$ | c) $1547x + 560y = \text{NWD}(1547, 560)$ |
| b) $600x + 1050y = \text{NWD}(600, 1050)$ | d) $561x + 29y = \text{NWD}(561, 29)$ |

Zadanie 9. Stosując rozszerzony algorytm Euklidesa znajdź element odwrotny do 11 w $\mathbb{Z}_{19}$

Zadanie 10. Znajdź całkowite rozwiązania równania $17x + 40y = 1$

Zadanie 11. Niech $a = 7$ i $b = 12$. Korzystając z przekształcenia afinicznego $C(x) = (ax + b) \pmod{n}$ zaszyfruj następujące wiadomości w 26-literowym alfabecie:

- | | |
|------------|--------------|
| a) INFORMA | c) DYSKRETNA |
| b) MATMA | d) ANALIZA |

Zadanie 12. Rozwiąż poniższe układy równań:

a)
$$\begin{cases} 3x + y = 1 \pmod{27} \\ 9x + y = 13 \pmod{27} \end{cases}$$

b)
$$\begin{cases} 7x + y = 1 \pmod{37} \\ 5x + y = 5 \pmod{37} \end{cases}$$

Zadanie 13. Wykonaj następujące polecenia, wiedząc że zachodzą następujące zależności w szyfrze liniowym: $C(E) = H$ oraz $C(T) = C$

a) Odszyfruj wiadomość WVB

b) Zaszyfruj wiadomość HIGH