

Matematyka Dyskretna

Ćwiczenia 6 (Algebra Boole'a, Postać CNF oraz DNF formuł zdaniowych)

Zadanie 1. Które z poniższych równości są tożsamościowe w algebrze Boole'a $B = \{0, 1\}$?

- | | |
|----------------------------------|--|
| a) $p + qr = q + pr$ | c) $(p + q)r = pr(q + r) + qr$ |
| b) $(p \oplus q)r = r \oplus qr$ | d) $p \rightarrow q = \neg p \rightarrow \neg q$ |

Zadanie 2. Dla jakich wartości logicznych zmiennych zdaniowych p, q oraz r poniższe formuły są prawdziwe i fałszywe?

- | | |
|--------------------------------|--|
| a) $\neg(p \rightarrow q)$ | c) $((p \rightarrow qr) \rightarrow (\neg q \rightarrow \neg p)) \rightarrow \neg q$ |
| b) $\neg pq \leftrightarrow p$ | |

Zadanie 3. Przedstaw odpowiednie formuły:

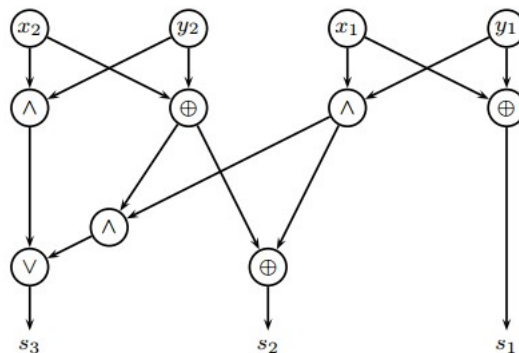
- | | |
|---|---|
| a) $\neg(y \rightarrow x)$ za pomocą operatora NOR. | d) $\neg x \vee y$ za pomocą operatora NOR. |
| b) $x \vee y$ za pomocą operatora NOR. | e) $x \wedge y$ za pomocą operatora NAND. |
| c) $x \wedge y$ za pomocą operatora NOR. | f) $x \vee y$ za pomocą operatora NAND. |

Zadanie 4. Przedstaw poniższe funkcje w postaciach normalnych DNF oraz CNF:

- | | |
|--|--|
| a) $f(x, y, z) = (x \vee \neg y) \wedge (y \vee \neg z)$ | d) $f(x, y, z) = ((x \vee y) \wedge (x \vee z)) \oplus (x \wedge z)$ |
| b) $f(x, y, z) = x \vee (\neg(y \rightarrow z))$ | e) $f(x, y) = (x \wedge y) \oplus (x \wedge y)$ |
| c) $f(x, y, z) = (\neg x \rightarrow y) \wedge z$ | f) $f(x, y, z) = (x \rightarrow y) \rightarrow z$ |

Zadanie 5. Narysuj sieć boolowską dla funkcji z zadania 4 przed i po zamianie na postacie normalne. Jaki jest koszt oraz głębokość otrzymanych sieci?

Zadanie 6. Dla poniższej sieci sprawdź wynik dla następujących argumentów: $x_1 = 0, x_2 = 1, y_1 = 1, y_2 = 1$



Zadanie 7. Jaki zbiór przedstawia wyrażenie $W(x, y, z) = xy + xz + yz$, jeżeli $x = \{1, 2, 4\}$ $y = \{1, 3, 5\}$ oraz $z = \{2, 3, 5\}$?

Zadanie 8. Jaki ciąg przedstawia wyrażenie $W(x, y, z) = xy + xz + yz$, jeżeli $x = (1, 0, 0, 1, 10, 1)$, $y = (1, 1, 1, 0, 0, 1, 0)$ oraz $z = (0, 0, 1, 1, 0, 1, 1)$?

Zadanie 9. Dla wektorów $x = (0, 1, 1)$, $r_1 = (0, 0, 1)$, $r_2 = (0, 1, 0)$ $r_3 = (1, 0, 1)$, $r_4 = (1, 1, 0)$ oblicz $\text{Par}(x)$ oraz $\text{Par}_{r_i}(x)$ dla $i = 1, 2, 3, 4$.

Zadanie 10. Dane są dwa wektory:

a) $x = (1, 0, 1)$ i $y = (0, 1, 0)$. Dla jakich wektorów $r \in B^3$ zachodzi $\text{Par}_r(x) = \text{Par}_r(y)$?

b) $x = (1, 1, 0)$ i $y = (0, 0, 1)$. Dla jakich wektorów $r \in B^3$ zachodzi $\text{Par}_r(x) = \text{Par}_r(y)$?