

Matematyka Dyskretna

Ćwiczenia 4 (Kombinatoryka)

Zadanie 1. Odpowiedz na następujące pytania:

- a) Ile różnych 5-cyfrowych liczb można utworzyć z cyfr 1, 2, 3, 4, 5 tak, aby żadna cyfra w liczbie się nie powtarzała.
- b) Ile różnych 5-cyfrowych liczb można utworzyć z cyfr 1, 2, 3, 4, 5 tak, aby żadna cyfra w liczbie nie powtarzała się i aby na miejscu dziesiątek stała 5 lub 4.

Zadanie 2. Rodzina 6-osobowa (rodzice i czworo dzieci) ustawia się w szeregu do zdjęcia. Ile różnych fotografii można otrzymać, jeżeli:

- a) Każdy może stać obok każdego.
- b) Rodzice stoją na dwóch końcach szeregu.

Zadanie 3. 20-osobowa grupa wsiada do autobusu. Najpierw wsiada 12 pań, a za nimi 8 panów. Ile istnieje różnych możliwości tego zdarzenia?

Zadanie 4. Ile jest różnych sposobów ustawienia na półce działu 5-tomowego tak, aby:

- a) tomy I i II stały obok siebie.
- b) tomy I i II nie stały obok siebie.

Zadanie 5. W ilu permutacjach zbioru $\{1 \dots 5\}$ jedynka stoi przed dwójką?

Zadanie 6. Ile różnych słów można utworzyć z liter słowa:

- | | |
|----------|----------------|
| a) ULICA | d) INFORMATYKA |
| b) MARTA | e) MATEMATYKA |
| c) LALKA | f) DYSKRETNA |

Zadanie 7. Odpowiedz na następujące pytania:

- a) Ile różnych liczb 5-cyfrowych można utworzyć z cyfr 1, 1, 1, 2, 2?
- b) Ile różnych nieparzystych liczb 6-cyfrowych można utworzyć z liczb 2, 2, 4, 4, 7, 9?
- c) Na ile różnych sposobów można nawlec na sznurek 10 koralików: 4 czarne, 4 czerwone i 2 białe, jeśli ustalimy początek i koniec sznurka? A co w przypadku kiedy sznurek będzie naszyjnikiem?

Zadanie 8. Odpowiedz na następujące pytania:

- a) Mamy do wyboru 3 rodzaje chlebow i 4 rodzaje bułek. Chcemy kupić 2 różne chleby i 2 różne bułki. Na ile sposobów możemy to zrobić?
- b) Z talii 52 kart losujemy 10 kart. Ile istnieje możliwych wyników losowań, w których wylosujemy 2 damy?

Zadanie 9. Z talii 24 kart wybieramy 5 kart. Ile jest takich wyborów, w których:

- a) 5 kart w jednym kolorze
- b) 1 parę i 1 trójkę
- c) 2 pary różnych figur
- d) 2 pary

Zadanie 10. Odpowiedz na następujące pytania:

- a) Na ile sposobów można utworzyć 5 par z 10 osób?
- b) Na ile sposobów można rozdać 52 karty czterem osobom (po równo)?
- c) Z ilu osób składa się klasa, jeżeli wiadomo, że 2 osobową delegację można wybrać na 300 sposobów?

Zadanie 11. Ile przekątnych ma:

- a) czteroąt wypukły
- b) siedmiokąt wypukły
- c) n -kąt wypukły

Zadanie 12. Mamy r jednakowych kul i n różnych komórek.

- a) Ile jest takich rozmieszczeń kul, że żadna komórka nie jest pusta, jeśli $r = 20$ i $n = 5$?
- b) Ile jest takich rozmieszczeń kul w komórkach tak, że żadna komórka nie jest pusta?
- c) Ile jest wszystkich możliwych rozmieszczeń kul w komórkach?

Zadanie 13. Odpowiedz na następujące pytania:

- a) Ile rozwiązań ma równanie $x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 = 6$, gdzie każde x_i jest nieujemną liczbą całkowitą?
- b) Ile rozwiązań ma równanie $x_1 + x_2 + \dots + x_n = k$, gdzie każde x_i jest nieujemną liczbą całkowitą?

Zadanie 14. Oblicz, ile dodatnich liczb mniejszych od 100 jest podzielnych przez 2,3 lub 5.

Zadanie 15. Wyznacz liczbę elementów $|A \cap B \cap C|$ oraz $|C|$, wiedząc że $|A| = 10$, $|B| = 9$, $|A \cap B| = 3$, $|A \cap C| = 1$, $|B \cap C| = 1$, $|A \cup B \cup C| = 18$.

Zadanie 16. Pokazać, że wśród 25 studentów zdający egzamin zawsze znajdzie się pięciu, którzy otrzymali tę samą ocenę przy skali: 2,3,3+,4,4+,5.

Zadanie 17. Uzasadnij, że wśród dowolnych 14 liczb naturalnych znajdziemy dwie, które przy dzieleniu przez 13 dają tę samą resztę.

Zadanie 18. Używając algorytmu generowania podzbiorów zbioru $\{1 \dots n\}$:

- a) Wypisz 10 kolejnych podzbiorów zbioru $\{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$.
- b) Wypisz 10 kolejnych podzbiorów zbioru $\{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$ poczynając od zbioru $\{1, 2, 3, 5\}$

Zadanie 19. Używając algorytmu generowania k -elementowych podzbioru zbioru $\{1 \dots n\}$:

- a) Wypisz 10 kolejnych 3-elementowych podzbiorów zbioru $\{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$.
- b) Wypisz 10 kolejnych 5-elementowych podzbiorów zbioru $\{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$

Zadanie 20. Używając algorytmu generowania permutacji zbioru $\{1 \dots n\}$:

- a) Wypisz 10 kolejnych permutacji zbioru $\{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ poczynając od (456321).
- b) Wypisz 10 kolejnych permutacji zbioru $\{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ poczynając od (5463721).