3 Macierze

1. Pomnóż macierze

   (a) $\begin{pmatrix} 1 & 5 & 3 \\ 2 & -3 & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 2 & -3 & 5 \\ -1 & 4 & -2 \\ 3 & -1 & 1 \end{pmatrix}$

   (b) $3\begin{pmatrix} 1 & -3 \\ 2 & 1 \end{pmatrix} - 2\begin{pmatrix} -2 & 3 \\ 1 & -4 \end{pmatrix}^2$

   (c) $\begin{pmatrix} 1 & i \\ -i & 1 \end{pmatrix}^3$

   (d) $\begin{pmatrix} 1 & 5 & 3 \\ 2 & -3 & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 0 & 1 & -1 \\ -1 & 0 & 1 \end{pmatrix}^T$

2. Rozwiąż układ równań macierzowych

   (a) $\begin{cases} X + Y & = \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 4 & 2 \end{pmatrix} \\ 2X - 5Y & = \begin{pmatrix} 4 & 20 \\ -20 & -3 \end{pmatrix} \end{cases}$

   (b) $\begin{cases} 2X - Y & = \begin{pmatrix} 11 & -1 \\ -1 & 11 \end{pmatrix} \\ -5X + 7Y & = \begin{pmatrix} -32 & 16 \\ 16 & -32 \end{pmatrix} \end{cases}$

3. Wyznacz macierz odwrotną metodą "lusterko"

   (a) $\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$

   (b) $\begin{pmatrix} 3 & 1 \\ 5 & 2 \end{pmatrix}$

   (c) $\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 4 & 3 \end{pmatrix}$

   (d) $\begin{pmatrix} 0 & 4 \\ 1 & 12 \end{pmatrix}$

   (e) $\begin{pmatrix} 2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 3 \\ 0 & 4 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}$

4. Wyznacz, jeśli to możliwe, macierz $\mathbf{X}$, taką że

(a) $\mathbf{AX} + \mathbf{X} = \mathbf{B}$, gdzie
$\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 2 & 2 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \mathbf{B} = \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 5 & 4 \end{pmatrix}$

(b) $\mathbf{A} + \mathbf{X} = \mathbf{AX}$, gdzie
$\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 3 & 4 \\ 2 & 6 \end{pmatrix}$

(c) $\mathbf{AXB} = \mathbf{C}$, gdzie
$\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 4 & 1 \\ 5 & 3 \end{pmatrix}, \mathbf{B} = \begin{pmatrix} 3 & 5 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}, \mathbf{C} = \begin{pmatrix} 2 & 6 \\ 3 & 1 \end{pmatrix}$

(d) $7\mathbf{XA} + \mathbf{B} = \mathbf{C}$, gdzie
$\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 7 & 2 \\ 0 & 7 \end{pmatrix}, \mathbf{B} = \begin{pmatrix} 3 & 1 \\ 7 & 1 \end{pmatrix}, \mathbf{C} = \begin{pmatrix} 3 & 5 \\ 9 & 1 \end{pmatrix}$

(e) $\mathbf{AXB^{-1}} = \mathbf{C}$, gdzie
$\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 4 \end{pmatrix}, \mathbf{B} = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 1 & 5 \end{pmatrix}, \mathbf{C} = \begin{pmatrix} 9 & 18 \\ 0 & 27 \end{pmatrix}$