

1 Liczby zespolone

1. Oblicz

- (a) $(5 + 7i) - (3 - 5i)$
- (b) $(2 + i)(3 - i) + (2 + 3i)(3 + 4i)$
- (c) $\frac{2+3i}{1+3i}$
- (d) $\frac{(3-i)(1-4i)}{1-2i}$

2. Znajdź rozwiązania w zbiorze liczb zespolonych

- (a) $z^2 - 4\bar{z} = 0$
- (b) $z^2 - 4z + 13 = 0$
- (c) $2z + \bar{z} = 6 - 5i$
- (d) $(1 + i)z + 3(z - i) = 0$

3. Podane liczby przedstaw w postaci trygonometrycznej

- (a) $1, -1, i, -i$
- (b) $1 + i, -1 + i, 1 - i, -1 - i$
- (c) $1 + i\sqrt{3}, -1 + i\sqrt{3}, 1 - i\sqrt{3}, -1 - i\sqrt{3}$
- (d) $\sqrt{3} + i, \sqrt{3} - i, -\sqrt{3} + i, -\sqrt{3} - i$
- (e) $1 + i\frac{\sqrt{3}}{3}, 1 - i\frac{\sqrt{3}}{3}, -1 + i\frac{\sqrt{3}}{3}, -1 - i\frac{\sqrt{3}}{3}$
- (f) $3 + i3\sqrt{3}, -3 + i3\sqrt{3}, 3 - i3\sqrt{3}, -3 - i3\sqrt{3}$
- (g) $\frac{1}{2} + i\frac{\sqrt{3}}{2}, -\frac{1}{2} + i\frac{\sqrt{3}}{2}, \frac{1}{2} - i\frac{\sqrt{3}}{2}, -\frac{1}{2} - i\frac{\sqrt{3}}{2}$
- (h) $5i, \sqrt{2} + i\sqrt{2}, 3 + 3i, -3i$

4. Obliczyć wartości wyrażeń. Wyniki przedstawić w postaci algebraicznej.

- (a) $(1 - i)^{12}$
- (b) $(1 + i\sqrt{3})^{150}$
- (c) $(2\sqrt{3} - i2)^{30}$
- (d) $(\cos \frac{\pi}{4} - i \sin \frac{\pi}{4})^{10}$
- (e) $(\sin \frac{\pi}{6} - i \cos \frac{\pi}{6})^{24}$
- (f) $\left(\frac{\sqrt{3}+i}{1-i}\right)^{30}$
- (g) $\left(\frac{1+i\sqrt{3}}{2}\right)^{20}$
- (h) $\frac{(-\sqrt{3}+i)^{24}}{(1-i)^{12}}$

5. Oblicz pierwiastki liczb zespolonych.

- (a) $\sqrt[3]{1}$
- (b) \sqrt{i}
- (c) $\sqrt[3]{-27i}$
- (d) $\sqrt[4]{-4}$

(e) $\sqrt[3]{-1+i}$

(f) $\sqrt{-1+i\sqrt{3}}$

6. Narysować zbiory liczb zespolonych z spełniające poniższe warunki

(a) $|z+1-2i|=3$

(b) $2 \leq |z+i| < 4$

(c) $|(1+i)z-2| \geq 4$