

# Podstawy kryptografii

Andrzej M. Borzyszkowski

Instytut Informatyki  
Uniwersytet Gdański

sem. zimowy 2025/2026

[inf.ug.edu.pl/~amb/](http://inf.ug.edu.pl/~amb/)

Andrzej Borzyszkowski (Instytut Informatyki I Podstawy kryptografii sem. zimowy 2025/2026 1 / 23

Uwierzytelnianie

## Metody uwierzytelniania

- Cztery metody
  - wiedza – hasło, PIN, zawołanie-odzew, protokoły wiedzy zerowej, ...
  - posiadanie przedmiotu – token, karta, klucz (fizyczny przedmiot) ..
  - cechy indywidualne i niepowtarzalne – wzorec siatkówki oka, odcisk palca, kształt twarzy ...
  - jw. ale dotyczące zachowań – podpis odręczny, głos, sposób chodzenia, pisanie ...
- Problemy
  - wiedza – można nie zauważyć kompromitacji
  - posiadanie przedmiotu – nie ma szans na backup
  - cechy indywidualne i niepowtarzalne – nie mogą być zmienione

Andrzej Borzyszkowski (Instytut Informatyki I Podstawy kryptografii sem. zimowy 2025/2026 3 / 23

# Uwierzytelnianie

Andrzej Borzyszkowski (Instytut Informatyki I Podstawy kryptografii sem. zimowy 2025/2026 2 / 23

Uwierzytelnianie

## Metody uwierzytelniania – hasło

- Hasło
  - jest na ogół przesyłane jawnie, tylko lokalne zastosowanie
- Ataki na hasło i obrona przed nimi
  - Kradzież: podglądanie, kopie papierowe, wirus przechwytyjący hasła
    - unikanie sytuacji, programy antywirusowe
  - Podstęp (phishing)
    - ostrożność (edukacja użytkowników)
  - Hasła dawne mogą być skompromitowane
    - okresowa zmiana hasła (czy wolno wracać do dawnych?)
    - obowiązek haseł jednorazowych
  - Hasła domyślne – natychmiastowa zmiana hasła
  - Przechowywanie haseł
    - kradzież również przez admina
    - serwer przechowuje jedynie skrót hasła i porównuje ze skrótem hasła podanego

Andrzej Borzyszkowski (Instytut Informatyki I Podstawy kryptografii sem. zimowy 2025/2026 4 / 23

## Ataki na hasło i obrona c.d.

- Zgadywanie hasła
  - brutalne (wszystkie hasła)
    - postać syntaktyczna: długość,  $\geq 8$ , lepiej 12 znaków
  - słownikowe (użytkownicy częściej wybiorą hasła z małego podzbioru możliwych)
    - postać syntaktyczna: kilka rodzajów znaków
    - testowe łamanie hasła (mało skuteczne)
    - serwer nie pozwala wykonać zbyt wielu prób
  - *blue tables*, przygotowane skróty haseł ze słownika, po kradzieży skrótów haseł szukanie elementu w  $\{h(p) | p \in \text{hasła użytkowników}\} \cap \{h(w) | w \in \text{słownik}\}$ 
    - solenie (salted) haseł:  $\langle s, h(p||s) \rangle$ ,  $s$  losowe ziarno uniemożliwia użycie błękitnych tablic

# Klucze

## Dodatkowe zasady uwierzytelniania

- Single sign-on uwierzytelnianie w systemie następuje raz
  - zmniejsza szanse na przechwycenie, zachęca do trudniejszych haseł
  - jeden serwer uwierzytelniający w systemie
- Hasła jednorazowe
  - są przekazywane innym kanałem (np. sms)
  - lista skrótów  $h_n(s)$ ,  $n = 0, 1, \dots, 100$ , przechowywanie wartości licznika i odpowiedniego skrótu
  - funkcja generująca hasło  $G(X, p, t)$  w zależności od użytkownika  $X$ , hasła  $p$  oraz znacznika czasu  $t$
  - zwołanie–odzew, żądający wysła zwołanie  $x$ , uwierzytelniający się potrafi wyprodukować odzew  $G(x, p)$
  - de facto jest to podpis (ślepy) na żądanie
  - często dedykowane urządzenia (token)

## Klucze – długość

- „Moc” szyfrowania powinna zależeć tylko od długości klucza
- Moc przestrzeni kluczy: najczęściej  $2^n$ , klucze  $n$ -bitowe
- Atak brutalny – trzeba przeszukać wszystkie klucze
  - możliwość wykorzystania równoległości (specjalna architektura, sieć komputerów)
  - trzeba mieć informację, że klucz został znaleziony
  - typowy problem dla kryptografii symetrycznej
  - 56 bitów (DES) dziś to za mało, używa się kluczy  $\geq 100$  bitów
- Kryptografia asymetryczna – problemy matematyczne o pewnej złożoności
  - RSA lub logarytm dyskretny: złożoność  $\approx \exp(n^{\frac{1}{3}})$
  - dziś używa się kluczy długości co najmniej 1024 bitów

## Klucze – długość, c.d.

- Kryptografia krzywych eliptycznych – ok. trzykrotnie krótsze klucze niż w RSA
- Nowe, nieprawdopodobne techniki:
  - DNA: „obliczenia” biochemiczne
  - komputer kwantowy: znika wykładnicza złożoność przy faktoryzacji, RSA staje się bezużyteczne
    - przez długi czas szczytowym osiągnięciem:  $15 = 3 \cdot 5$
    - dziś również  $56153 = 241 \cdot 233$
    - nie ma dowodu, że technika jest skalowalna, nie widać by faktoryzacja działała w praktyce
    - kryptografia postkwantowa – „dla większości systemów nie są znane żadne zastosowania obliczeń kwantowych w ich kryptoanalizie”

## Problem uzgodnienia/dystrybucji kluczy

- Dystrybucja – przekazanie klucza drugiej stronie
  - obie strony mają wspólny klucz
  - ale podczas przekazywania klucz może być podsłuchany
- Uzgodnienie – po wykonaniu protokołu obie strony mają wspólny klucz
  - możliwe dopiero w kryptografii asymetrycznej (DH)
- Kryptografia symetryczna
  - musi być przekazanie klucza
  - odrębny klucz dla każdej pary uczestników
- Kryptografia asymetryczna
  - radykalnie mniejsza wydajność
  - problem uwierzytelniania

## Klucze – jakość

- Bajt  $\neq$  8 bitów
  - ascii = 95 znaków
  - litery i cyfry = 62 znaki
- Atak słownikowy
  - dane użytkownika, imiona, nazwy geograficzne, łatwe kombinacje znaków na klawiaturze
  - warianty z liczbami, znakami specjalnymi
  - słownik duży ma 100 tys słów, wybór słowa to ok. 17 bitów
  - litera w słowie angielskim  $\approx 1.3$  bita
- Przeciwdziałanie:
  - dłuższe hasła, pary słów, passphrase zamiast password
- ale niektóre implementacje mogą obcinać dłuższe hasła
  - automatyczne dodawanie losowego ziarna do haseł
- Klucze losowe: generator liczb losowych

# Protokoły kryptograficzne

## Protokoły kryptograficzne

- Protokół jest wykonywany przez kilku uczestników
  - algorytm ma tylko jednego wykonawcę
- Protokół jest zaprojektowany dla pewnych wykonawców
  - ale trzeba analizować możliwość wykonania przez niezaproszonych gości
- Główny przykład: man-in-the-middle, atak ze środka systemu
- Idea: Mariola gra w szachy z dwoma arcymistrzami
  - na pewno nie przegra z oboma
  - ponieważ tylko przenosi ruchy z szachownicy
- Atakujący może wykonywać ten sam protokół z różnymi uczestnikami, w sumie wykonań jest więcej niż jedno
  - może też atakować z przesunięciem w czasie

## Atak na protokół żaby o szerokich ustach

- Mariola zapisuje komunikat Tadeusza do Bolka  $E_B(T_B, id(A), K)$ 
  - po chwili przesyła go z powrotem do Tadeusza
  - wygląda jak żądanie Bolka komunikacji z Alicją
  - Tadeusz przesyła do Alicji komunikat z nowym znacznikiem czasu
- Wielokrotne powtórzenie tej operacji powoduje, że klucz jest ważny bardzo długo
  - być może ułatwi to atak Marioli
  - atak byłby wykryty, gdyby uczestnicy zauważyli, że klucz jest ciągle ten sam
  - ale przechowywanie bazy dawnych kluczy jest niewskazane z wielu powodów
- Atak jest możliwy ponieważ Tadeusz zmienia znacznik czasu

## Protokół żaby o szerokich ustach (wide mouth frog protocol)

- Istnieje zaufany pośrednik Tadeusz, uzgodnił on klucze tajne ze wszystkimi uczestnikami
- Alicja  $\Rightarrow$  Tadeusz:  $id(A), E_A(T_A, id(B), K)$  gdzie  $T_A$  jest znacznikiem czasu,  $K$  jest kluczem sesyjnym dla sesji z Bolkem
  - Tadeusz  $\Rightarrow$  Bolek:  $E_B(T_B, id(A), K)$ ,  $T_B$  jest nowym znacznikiem czasu
  - i Tadeusz i Bolek oceniają czy znacznik czasu jest sensowny
- duże wymagania od Tadeusza (Bolek może nie być dostępny)
  - duże wymagania od uczestników (Alicja może nie mieć kompetencji do proponowania klucza sesyjnego, każdy z uczestników może mieć niezbyt dokładny zegar)

## Obrona przed atakiem przez powtórzenie

- Mariola może zachować podsłuchane wiadomości i powtórzyć je po pewnym czasie
- Obrona: uniemożliwienie powtórzeń
  - numery kolejne: wiadomości są numerowane, uczestnicy pamiętają jaki numer był ostatni, nie dopuszczają, by się powtórzył
  - możliwość takiej numeracji nie jest oczywista (nowi uczestnicy, ryzyko przekłamania na linii)
  - znaczniki czasu: wiadomości mają krótki okres ważności
  - wymaga to dokładnych zegarów (synchronizacja)
  - liczby losowe (jednorazowe): Alicja generuje liczbę losową i żąda by Bolek odesłał jej tę liczbę

## Atak odmowy usługi (DOS – denial of service)

- Wersja ataku dla serwera uwierzytelniającego
  - Alicja żąda od Tadeusza przesłania komunikatu do Bolka
  - np. protokół żaby o szerokich ustach
  - Bolek może nie odpowiadać, może nie istnieć
  - zamiarem Alicji może być obciążenie zadaniami Tadeusza, a nie komunikacja z Bolkiem
- Przeciwdziałanie atakowi
  - Tadeusz nie komunikuje się z Bolkiem
  - Tadeusz przygotowuje bilet dla Bolka, ale wręcza go Alicji
  - Alicja jest odpowiedzialna za komunikację z Bolkiem
  - praca Tadeusza nie przekracza znacząco pracy Alicji

## Kerberos

- Opracowany w MIT
  - używa kryptografii symetrycznej
  - do uwierzytelniania użytkowników w dużej, ale scentralizowanej, sieci komputerowej
  - głównie asymetrycznie: klient uwierzytelnia się przed serwerem (dostęp do konta, drukarki, innych zasobów)
- Założenia: co najmniej jeden centralny serwer
  - uwierzytelniający użytkowników (hasła, itp.)
  - być może inny/dalsze serwery generujące bilety
  - którymi użytkownicy będą się posługiwać żądając dostępu do usług
  - uwierzytelnienia mają ograniczony czas ważności

## Protokół Needhama-Schrödera – bilety jako obrona przed DOS

- $A \Rightarrow T : id(A), id(B), r_A$
- $T \Rightarrow A : E_A(r_A, id(B), K, E_B(K, id(A)))$  – klucz plus bilet dla Bolka
- Alicja już zna klucz i przesyła bilet Bolkowi
  - $A \Rightarrow B : E_B(K, id(A))$
- Gdyby tu zakończyć, to Mariola mogłaby wielokrotnie przysyłać ten bilet
  - Bolek wielokrotnie szyfrowałby wiadomości tym kluczem ułatwiając kryptoanalizę
- W protokole są dodatkowe kroki
  - $B \Rightarrow A : E_K(r_B)$
  - $A \Rightarrow B : E_K(r_B - 1)$
  - Bolek nie użyje klucza dopóki nie ma pewności, że druga strona potrafi go użyć, Mariola na razie nie potrafi
  - szyfrowanie liczb losowych nie ułatwia kryptoanalizy

## Kerberos, protokół

- $Alicja \Rightarrow Tadeusz$ : zgłoszenie chęci kontaktu z Bolkiem
- $Tadeusz \Rightarrow Alicja : E[K_A](K_{AG})$  – zaszyfrowany kluczem Alicji klucz sesyjny dla Grażyny (serwer biletujący)  $K_{AG}$  oraz
  - $\langle id(A), E[K_G](id(A), t_1, K_{AG}) \rangle$  – bilet dla Grażyny ze znacznikiem czasu  $t_1$
- $Alicja \Rightarrow Grażyna$ : powyższy bilet oraz
  - $E[K_{AG}](id(A), t_2)$
- Grażyna z biletu dowiaduje się, że rozmawia z Alicją
  - sprawdza, że otrzymany drugi znacznik czasu jest dobry
  - generuje bilet dla Alicji do przekazania Bolkowi
  - bilet jest ważny na czas określony
- $Alicja \Rightarrow Bolek$ : bilet od Grażyny z kolejnym znacznikiem czasu

## Kerberos, cechy

- Hierarchia
  - jeden serwer uwierzytelniający uczestników
  - w szczególności znający klucze tajne
  - wszystkie inne serwery wierzą w to uwierzytelnienie
- Bilety do poszczególnych usług przydzielane są przez serwery biletujące
  - serwer przydzielający bilety wierzy głównemu serwerowi
  - serwery udostępniające usługi wierzą odpowiednim serwerom
- Uczestnik jest uwierzytelniany wobec usług
  - ale nie ma symetrii
  - zawsze inicjatywa komunikacji i konieczność uwierzytelnienia się jest po stronie uczestnika

## SSL/TLS c.d.

- Komunikacja używa 6 kluczy (szyfrowanie, MAC, szyfr blokowy, osobno w każdą stronę komunikacji)
  - *Alicja*  $\Rightarrow$  *Bolek*: skompresowana i zaszyfrowana wiadomość (klucz do szyfrowania i do trybu CBC blokowego) plus MAC
  - *Bolek*  $\Rightarrow$  *Alicja*: analogicznie

## SSL (secure socket layer) oraz TLS (transport layer security)

- Używane do komunikacji „zwykłego” użytkownika z serwerem http, serwer powinien być uwierzytelniony, uczestnik niekoniecznie
  - opracowane przez Netscape, 1994
  - oraz Internet Eng. Task Force, 1999
- Alicja nawiązuje kontakt z Bolekiem (serwer http)
  - hello: uzgodnienie algorytmów z listy preferowanych
  - wysyła również (jawnie) znacznik czasu oraz liczbę losową
  - *Bolek*  $\Rightarrow$  *Alicja*: certyfikat i też znacznik czasu i liczba losowa
  - *Alicja*  $\Rightarrow$  *Bolek*: zaszyfrowany klucz wstępny
  - klucze do komunikacji są generowane z klucza wstępnego i z podanych znaczników czasu i liczb jednorazowych
- Użycie znaczników czasu i liczb jednorazowych uniemożliwiają atak przez powtórzenie