Sieci Petriego

Andrzej M. Borzyszkowski

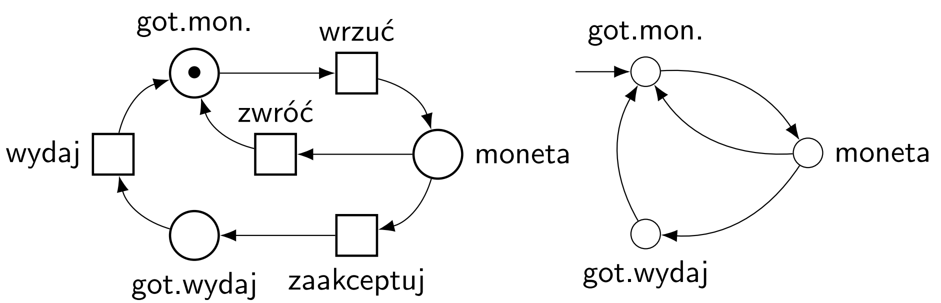
Instytut Informatyki
Uniwersytet Gdański

sem. letni 2023/2024

inf.ug.edu.pl/˜amb/

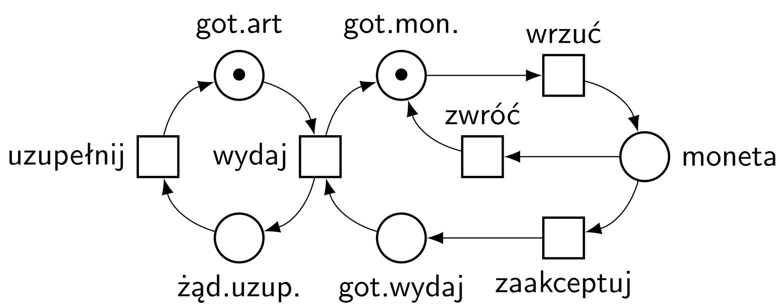
Sieci miejsc i tranzycji

Automat do wydawania towarów



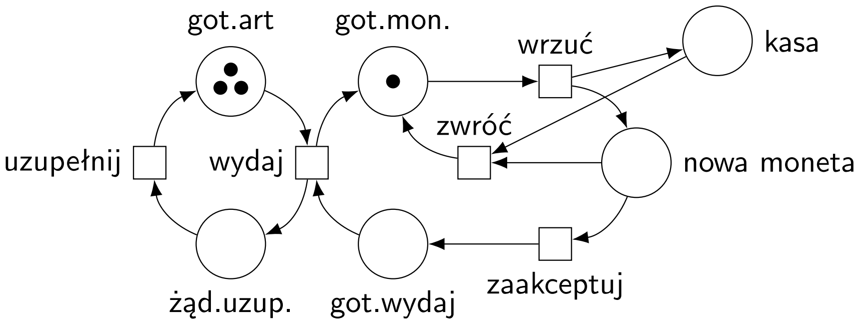
- ta sieć elementarna jest „maszyną stanową”, zawsze zaznaczony jest dokładnie jeden warunek
  – graf konfiguracji ma zbiór stanów identyczny ze zbiorem warunków

Automat do wydawania towarów c.d.



- jeśli uzupełnimy go o producenta dotychczasowe stany rozdwajają się
  – można przyjmować monetę gdy w maszynie jest gotowy artykuł
  – ale również, gdy nie jest i dopiero zgłoszono żądanie uzupełnienia
  – analiza automatu stanów robi się bardziej skomplikowana

Automat do wydawania towarów III



- jeśli dopuszczamy, że artykułów może być więcej
  – może chcemy liczyć ile monet jest w maszynie
  – to stanów jest coraz więcej, może ∞, analiza automatu ze stanami przestaje być łatwa/możliwa, mimo, że struktura przejść powtarza się

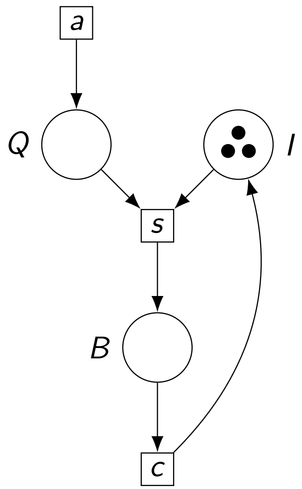
Sieci miejsc i tranzycji (P/T sieć)

- trochę inna filozofia, inna terminologia
- nie ma warunków binarnych jest/nie jest, są miejsca gdzie przechowywane są zasoby

sieć elementarna	sieć miejsc i tranzycji
warunek	miejsce
zdarzenie	tranzycja (przejście)
zachodzi pod warunkiem	zużywa zasoby
konfiguracja	zaznaczenie (*marking*)
$C \subseteq B$	$m : P \to \mathbb{N}$
graf sekwencyjny	graf zaznaczeń, graf stanów

Przykład: system kolejki (*queueing system*)

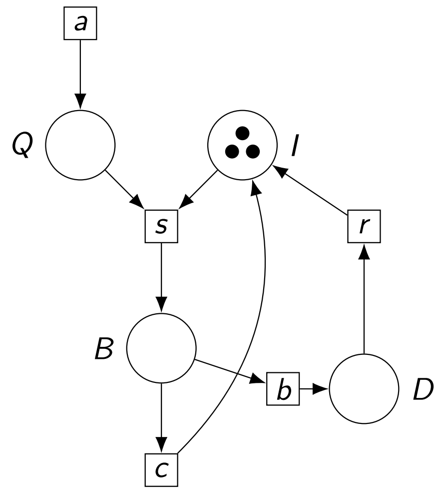
- zdarzenia: a napływa klient, s jest obsługiwany, c koniec obsługi
- a zdarza się bez żadnych warunków dodatkowych
- s wymaga (1) klienta Q, (2) wolnych mocy do obsługi I
- c wymaga, że serwer jest używany B



- można zechcieć mieć osobne zdarzenie zwalniające serwer c i osobne dla klienta, który odchodzi
- można założyć, że poczekalnia ma ograniczoną pojemność i wejście nowego klienta może nie być możliwe

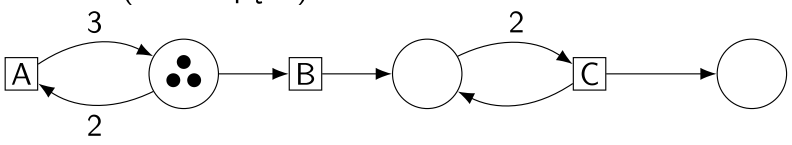
Przykład: system kolejki 2

- można dopuszczać, że w trakcie obsługi zdarzają się awarie b, serwer jest wówczas nieczynny D i może być naprawiony r
- widać, że jest problem z klientem, który już nie występuje na diagramie
- może trzeba osobno traktować klienta obsłużonego i osobno nieobsłużonego



Sieć miejsc i tranzycji, definicja

- P – miejsca
- T – tranzycje
- $\mathcal{N} = (P, T, F, m_0)$
  - $P \cap T = \emptyset$, $P \cup T \neq \emptyset$
  - $F \subseteq (P \times T) \cup (T \times P)$ – relacja przepływu, $w : F \to \mathbb{N} \setminus \{0\}$
  - $m_0 : P \to \mathbb{N}$ – zaznaczenie początkowe
- dla $x \in P \cup T$, ${}^\bullet x = \{y \mid (y, x) \in F\}$, $x^\bullet = \{y \mid (x, y) \in F\}$
- równoważnie można definiować $F : (P \times T) \cup (T \times P) \to \mathbb{N}$, ${}^\bullet x = \{y \mid F(y, x) > 0\}$, $x^\bullet = \{y \mid F(x, y) > 0\}$
- wartość F określa ile tokenów jest konsumowanych lub produkowanych przez tranzycję
- to samo miejsce p może mieć niezerowe wartości $F(p, t)$ i $F(t, p)$, $p \in {}^\bullet t \cap t^\bullet$ (krótkie pętle)



Sieć miejsc i tranzycji, tranzycje

- $\mathcal{N} = (P, T, F, m_0)$, $t \in T$, $m : P \to \mathbb{N}$
- t jest umożliwiona w m, $m[t\rangle$, jeśli
  $\forall\, p \in {}^\bullet t.\, m(p) \geqslant F(p, t)$
- jeśli t jest umożliwiona w m, to $m[t\rangle m'$ gdzie
  $\forall\, p \in P.\, m'(p) = m(p) - F(p, t) + F(t, p)$
- być może wartość $m(p) - F(p, t) + F(t, p)$ jest legalna jednak $m(p) < F(p, t)$ i tranzycja nie może być wykonana
- liczba wszystkich tokenów obecnych w sieci, na początku $\Sigma_{p \in P} m_0(p)$, nie musi być stała – dla żadnej tranzycji t nie wymagamy, żeby $\Sigma_{p \in P} F(t, p) - F(p, t) = 0$
- w szczególności liczba tokenów może rosnąć nieograniczenie

Sieć miejsc i tranzycji (P/T sieć), tranzycje, c.d.

- $\mathcal{N} = (P, T, F, m_0)$, $t \in T$, $m : P \to \mathbb{N}$
- czasem rozważa się ograniczenie maksymalnej pojemności każdego z miejsc, $k : P \to \mathbb{N} \cup \{\infty\}$
  mocny warunek umożliwienia tranzycji
  $\forall\, p \in t^\bullet.\, m(p) + F(t, p) \leqslant k(p)$
  słaby warunek umożliwienia tranzycji
  $\forall\, p \in t^\bullet.\, m(p) - F(p, t) + F(t, p) \leqslant k(p)$
- podobnie jak dla sieci elementarnych można dodać nowe miejsca dualne, zdefiniować $F(p', t) = F(t, p)$ oraz $F(t, p') = F(p, t)$ i $m_0(p') = k(p) - m_0(p)$, gdzie p' jest nowym miejscem dualnym do p
- Tw.: $\forall\, m \in [m_0\rangle, p \in P.\, m(p) + m(p') = k(p)$
  dw.: Jeśli $m[t\rangle m'$ to $\forall\, p \in P.\, m(p) + m(p') = m'(p) + m'(p')$ więc zachowany jest początkowy warunek dla m_0
  $m(p') \geqslant F(p', t)$ jest więc równoważny $k(p) \geqslant m(p) + F(t, p)$

Przykład: maksymalna pojemność – miejsca dualne

- chcemy by pojemność kolejki Q wynosiła $max = 5$ miejsc
- dodajemy miejsce dualne Q' z przeciwnymi strzałkami jak Q i zaznaczone początkowo z 5 tokenami
- suma tokenów w Q i Q' będzie zawsze 5, jeśli wszystkie 5 miejsc w kolejce Q będzie zajętych, to Q' będzie puste i kolejna tranzycja a będzie niemożliwa