Dyskretny problem plecakowy

Dane: n przedmiotów o wagach $w_1, \ldots, w_n$ i wartościach (cenach) $c_1, \ldots, c_n$ oraz mkasymalna ładowność plecaka W.

Wynik: lista przedmiotów które włożone do plecaka nie przekraczają ładowności W i dla których wartość załadowanego plecaka jest maksymalna.

Przykład

W = 6

w_i:	2	4	5
c_i:	6	5	10

Formuła rekurencyjna

$d(w, i)$ = maksymalna wartość plecaka o ładowności w jeżeli bierzemy przedmioty o numerach $j \leq i$

$$
\begin{array}{ll}
d(w,i) = 0 & \text{gdy } w \leq 0 \text{ lub } i = 0 \\
d(w,i) = d(w, i-1) & \text{gdy } w - w_i < 0 \\
d(w,i) = max\{d(w - w_i, i-1) + c_i, d(w, i-1)\} & \text{gdy } w - w_i \geq 0
\end{array}
$$

dla każdego $d(w, i)$ zapamiętujemy w tablicy $p[w, i]$ bit informacji czy przedmiot i był wzięty czy nie, czyli

$$
\begin{array}{lll}
p[w,i] = 1 & \text{gdy } max\{d(w - w_i, i-1) + c_i, d(w, i-1)\} & = \; d(w - w_i, i-1) + c_i \\
p[w,i] = 0 & \text{gdy } max\{d(w - w_i, i-1) + c_i, d(w, i-1)\} & = \; d(w, i-1) \\
 & \text{lub gdy } w - w_i < 0 &
\end{array}
$$

Rekursja ze spamiętywaniem

wyliczamy rkurencyjną funkcję $d(w, i)$ spamiętując wyliczone wyniki w tablicy `tabd[w,i]`

```
d(w,i)
// wylicza maksymalną wartość plecaka o ładowności w jeżeli
// wybieramy przedmioty spośród i,i-1, ..., 1
// wyliczone wartości spamiętujemy w tablicy tabd[ , ]
// przed wywołaniem funkcji  wstaw -1 do tabd[v,j]
// dla v = 0...W oraz j = 0...n


  if w<=0 lub i==0
      return 0
  if tabd[w,i]>=0
      return tabd[w,i]  //d(w,i) już było liczone
  d0 = d(w,i-1)         // wartość plecaka gdy nie bierzemy i-tego
  if w-w[i] >= 0        //można wziąć i-ty przedmiot
    d1 = d(w-w[i],i-1)+c[i] // wartość plecaka
                            // gdy bierzemy i-ty przedmiot
    if d1>d0
        tabd[w,i]=d1
        p[w,i] = 1 // wybrano i-ty przedmiot
    else
        tabd[w,i]=d0
        p[w,i] = 0 // nie wybrano i-tego przedmiotu
   else
     tabd[w,i]=d0
     p[w,i] = 0 // nie wybrano i-tego przedmiotu
  return tabd[w,i]

drukuj(w,i)
// drukuje wybrane przedmioty zgodnie z wyliczeniem d(w,i)
// uzupelnic samodzielnie
```

Ciągły problem plecakowy

Tak samo jak dyskretny problem plecakowy, ale można brać ułamkowe ilości przedmiotów.

Istnieje prosta *strategia zachłanna*: wyliczamy dla każdego przedmiotu ceną na jednostkę wagi i bierzemy w kolejności od tych najcenniejszych maksymalne ilości.

Przykład

W = 6

w_i:	2	4	5
c_i:	6	5	10
$\frac{c_i}{w_i}$	3	1,25	2