PROGRAMOWANIE LINIOWE — C.01

ZADANIE 1.1. Pewne zwierze hodowlane musi miesięcznie zjeść przynajmniej 100g składnika s_1, przynajmniej 200g składnika s_2 oraz nie więcej niż 300g składnika s_3. W hurtowni można zakupić dwa rodzaje karmy, K_1 oraz K_2, gdzie porcja karmy K_1 zawiera 10g składnika s_1, 1g składnika s_2 i 10g składnika s_3, natomiast porcja karmy K_2 zawiera 1g składnika s_1, 10g składnika s_2 i 10g składnika s_3. Porcja karmy K_1 kosztuje 5 zł, a karmy K_2 – 8 zł. Hodowca chce zmieszać karmy tak, aby zwierze dostało tyle składników, ile potrzebuje, ale aby koszt zakupu karmy był jak najmniejszy. Sformułuj zadanie programowania liniowego do zoptymalizowania kosztu karmy przy podanych wyżej ograniczeniach.

ZADANIE 1.2. Sklepikarz zastanawia się, ile mąki klasy I oraz ile mąki klasy II powinien tygodniowo zamawiać, aby zmaksymalizować swój zysk ze sprzedaży. Mąka klasy I kosztuje go 1 zł/kg i sprzedaje ją po 2 zł/kg. Mąka klasy II kosztuje go 1,5 zł/kg i sprzedaje ją po 3 zł/kg. Z powodu skomplikowanej sytuacji na rynku zbóż sklepikarz może kupić od młynarza mąkę w układzie wiązanym, tzn. młynarz sprzedaje dokładnie 1kg mąki klasy I tylko na każde sprzedane (w tej samej transakcji) 2kg mąki klasy II. Ponadto, z tychże samych względów, młynarz nie sprzeda sklepikarzowi więcej niż 3 tony mąki na tydzień (pomimo tego, że sklepikarz jest w stanie sprzedać w swoim sklepie każdą ilość mąki). Sformułuj zadanie programowania liniowego do obilczenia, ile mąki klasy I i II powinien kupować od młynarza sklepikarz tak, aby zmaksymalizować swój zysk.

ZADANIE 1.3 Samolot transportowy może unieść towar o maksymalnej wadze 100 ton i o maksymalnej objętości 60 m^3. Są trzy rodzaje materiału, a firma transportowa może załadować dowolną ilość każdego z nich, nie przekraczając jednak poniższych limitów dostępności.

- Materiał X: gęstość to 2 tony/m^3, maksymalna dostępna ilość to 40 m^3, a zysk z transportu to 1000 zł za jeden metr sześcienny.
- Materiał Y: gęstość to 1 tona/m^3, maksymalna dostępna ilość to 30 m^3, a zysk z transportu to 1200 zł za jeden metr sześcienny.
- Materiał Z: gęstość to 3 tony/m^3, maksymalna dostępna ilość to 20 m^3, a zysk z transportu to 12000 zł za jeden metr sześcienny.

Sformułuj zadanie programowania liniowego do zoptymalizowania łącznego zysku przy podanych wyżej ograniczeniach.

ZADANIE 1.4. Zapisz zadanie **1.1** w postaci kanonicznej.

$$\begin{array}{rrcl} \text{zmaksymalizować} & f(\mathbf{x}) & & \\ \text{przy zachowaniu warunków} & A\mathbf{x} & \leq & b \\ & \mathbf{x} & \geq & 0, \end{array}$$

gdzie:

$A = [a_{ij}]_{k\times n}$, $b = [b_1, \ldots, b_k]^T$, $\mathbf{x} = [x_1, \ldots, x_n]^T$

oraz $f(\mathbf{x}) = c^T\mathbf{x}$, przy $c^T = [c_1, \ldots, c_n]$.

ZADANIE 1.5. Zapisz zadanie **1.1** w postaci standardowej.

$$\begin{array}{rrcl} \text{zmaksymalizować} & f(\mathbf{x}) & & \\ \text{przy zachowaniu warunków} & A\mathbf{x} & = & b \\ & \mathbf{x} & \geq & 0, \end{array}$$

gdzie:

$A = [a_{ij}]_{k \times n}$, $b = [b_1, \ldots, b_k]^T$, $\mathbf{x} = [x_1, \ldots, x_n]^T$

oraz $f(\mathbf{x}) = c^T \mathbf{x}$, przy $c^T = [c_1, \ldots, c_n]$.

ZADANIE 1.6. Zapisz następujący program liniowy

$$\begin{array}{rrcl} \text{zminimalizować} & 10x_2 - x_1 & & \\ \text{przy zachowaniu warunków} & 2x_1 + 4x_2 & \leq & 160 \\ & x_1 + x_2 & \geq & 40 \\ & 3x_1 - 5x_2 & = & 10 \\ & x_1 & \geq & 20 \\ & x_2 & \geq & 0 \end{array}$$

w postaci (**a**) kanonicznej oraz (**b**) standardowej.

ZADANIE 1.7. Zapisz następujący program liniowy

$$\begin{array}{rrcl} \text{zmaksymalizować} & x_1 + x_2 + x_3 & & \\ \text{przy zachowaniu warunków} & x_1 - 3x_2 + x_3 & \leq & 6 \\ & x_1, x_3 & \geq & 0 \end{array}$$

w postaci (**a**) kanonicznej oraz (**b**) standardowej.

ZADANIE 1.8. Zapisz następujący program liniowy

$$\begin{array}{rrcl} \text{zmaksymalizować} & 2x_1 - x_2 & & \\ \text{przy zachowaniu warunków} & x_1 + x_2 & \leq & 9 \\ & x_1 & \geq & 0 \\ & x_2 & \leq & 0 \end{array}$$

w postaci (**a**) kanonicznej oraz (**b**) standardowej.

ZADANIE 1.9 Zapisz następujący program liniowy

$$\begin{array}{rrcl} \text{zminimalizować} & 3x_1 + x_2 - 5x_3 + 2 & & \\ \text{przy zachowaniu warunków} & x_1 & \geq & x_2 \\ & -x_1 + 4x_3 & \geq & 0 \\ & x_1 + x_2 + x_3 & = & 0 \\ & x_2 & \leq & 0 \end{array}$$

w postaci (**a**) kanonicznej oraz (**b**) standardowej.

ZADANIE 1.10 Zapisz zadanie **1.2** i **1.3** w postaci (**a**) kanonicznej oraz (**b**) standardowej.